경우의 수

메모

01 다음 조건을 만족하는 정수해 $(x,\ y,\ z)$는 모두 몇 개인지 구하시오. [1990학년도]

$$\begin{cases} x+y-z=10 \\ x>0,\ y>2,\ z<3 \end{cases}$$

풀이

02 크기가 100KB, 150KB, 200KB, 250KB, 300KB인 5개의 파일을 용량이 각각 1440KB인 같은 색의 구별이 안 되는 3장의 플로피 디스켓에 저장하려고 한다. 디스켓 3장 모두를 사용하여 5개의 파일을 저장하는 방법의 수를 구하시오. (단, 디스켓에 저장하는 파일의 순서는 생각하지 않는다.) [2002학년도]

메모

풀이

03 A고등학교에는 체조 선수가 5명이 있다. 어떤 체조 선수권 대회에 출전하기 위해서는 학교에서 실시하는 두 번의 자격 테스트를 통과해야 하는데 1차 테스트를 통과한 사람만이 2차 테스트에 도전할 수 있다고 한다. 1차, 2차 테스트를 통과한 선수들의 집합을 각각 S, T라고 할 때, 두 집합 S, T가 구성될 수 있는 방법의 수를 구하시오. (단, 각 테스트에 통과한 선수가 한 명도 없을 수 있다.) [2009학년도]

메모

풀이

04 빨간색, 노란색, 파란색 구슬이 각각 20개씩 들어 있는 바구니에서 30개의 구슬을 한꺼번에 꺼낸다고 하자. 꺼낸 구슬 중 빨간색, 노란색, 파란색 구슬의 개수를 각각 x, y, z라 할 때, 서로 다른 모든 순서쌍 (x, y, z)의 개수를 구하시오. [2010학년도]

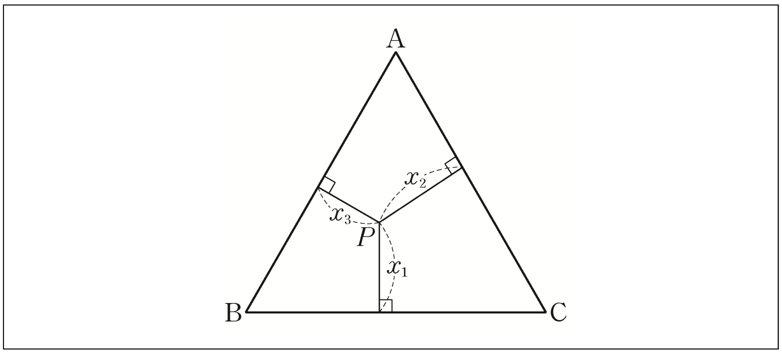
메모

풀이

확률

메모

05 그림과 같은 정삼각형 내부에 있는 임의의 점 P에서 각 변까지의 거리를 각각 x_1, x_2, x_3라 하자. 이때, x_1, x_2, x_3가 삼각형의 세 변의 길이가 될 확률을 구하시오. [1995학년도]



풀이

06 1에서 5까지의 번호가 붙여진 학생 5명이 1번부터 번호순으로 세워져 있다. 이 중에서 2명의 학생을 뽑아 서로의 위치를 바꾸어놓는 시행을 3회 반복하였을 때, 첫 번째 학생이 1번일 확률을 구하시오. [1995학년도]

메모

풀이

07 5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5를 일렬로 나열할 때, 첫 번째에 1이, 네 번째에 4가 놓여 있지 않을 확률을 구하시오. [1996학년도]

메모

풀이

조건부확률

메모

08 주머니 속에 앞면이 나올 확률이 각각 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$인 동전 C_1, C_2, C_3가 한 개씩 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 동전을 꺼내 4번을 던졌더니 앞면이 2번 나왔다. 균형 잡힌 동전 C_2가 꺼내졌을 확률을 구하시오. [1992학년도]

● 풀이

09 X_1, X_2는 확률식 독립변수(stochastically independent variables)이고

$$\Pr(a < X_1 < b) = \frac{2}{3}, \quad \Pr(c < X_2 < d) = \frac{5}{8}$$

이다. 이때, 사건

$$a < X_1 < b, \quad -\infty < X_2 < \infty$$

와 사건

$$-\infty < X_1 < \infty, \quad c < X_2 < d$$

의 합사건의 확률을 구하시오. [1995학년도]

메모

풀이

10 어떤 반에서 방학 후 여행에 대한 설문조사를 하였다. 강원도를 다녀온 학생이 전체의 $\frac{2}{5}$, 제주도를 다녀온 학생이 전체의 $\frac{1}{4}$ 이었다. 강원도를 다녀오지 않은 학생을 임의로 뽑았을 때, 이 학생이 제주도를 다녀오지 않을 조건부확률을 구하시오. (단, 강원도를 다녀올 사건과 제주도를 다녀올 사건은 서로 독립이다.)

[2000학년도]

메모

풀이

11 어떤 회사에서는 세 대의 기계 a, b, c로 같은 종류의 빵을 만들고 있다. 세 대의 기계는 각각 총 생산량의 20%, 30%, 50%를 생산하고 있으며, 생산품의 불량률은 각각 0.5%, 1%, 2%이다. 생산된 빵을 임의로 한 개 택하여 검사했을 때, 그것이 불량품이었다고 하자. 이 불량품이 기계 a 또는 b에서 생산되었을 확률을 구하시오. [2003학년도]

메모

풀이

12 상자 A에 빨간 공 2개와 흰 공 3개가 들어 있고, 상자 B에 빨간 공 2개와 흰 공 m개가 들어 있다. 상자 A가 선택될 확률이 $\frac{1}{3}$이고 상자 B가 선택될 확률이 $\frac{2}{3}$이다. 두 상자 A, B 중 하나를 선택하여 그 상자에서 임의로 추출한 한 개의 공이 흰 공일 때, 이 흰 공이 상자 A에서 추출되었을 조건부 확률이 $\frac{2}{7}$이다. m의 값을 구하시오. [2012학년도]

메모

풀이

13 앞면이 나올 확률이 $p(0<p<1)$인 동전을 학생 A가 n번 던지고, 학생 B가 $2n$번 던진다. 학생 A가 던져서 앞면이 나온 횟수와 학생 B가 던져서 앞면이 나온 횟수의 합이 2일 때, 학생 A가 던져서 앞면이 나온 횟수가 1일 확률이 $\frac{6}{13}$이다. n의 값을 구하시오. [2016학년도]

메모

풀이

확률변수

메모

14 구간 $[0,\ 1]$에서 독립적으로 세 수 x_1, x_2, x_3를 취하여 이들의 최댓값을 확률변수 X로 할 때, X의 확률밀도함수 $f(x)$를 구하시오. [1992학년도]

풀이

15 확률변수 X의 확률밀도함수가

$$f(x)=\begin{cases} c, & 2<x<4 \\ 0, & x \le 2,\ x \ge 4 \end{cases}$$

일 때, 상수 c의 값을 구하시오. [1992학년도]

메모

풀이

메모

16 두 선수 A, B가 반복되는 시합을 진행하여 5번을 먼저 이기는 사람이 우승하고 우승자에게는 1,600원의 상금을 주도록 하였다. A가 3번, B가 2번 이긴 상태에서 부득이한 사정으로 시합을 중단하였다. 상금 1,600원을 어떻게 배분하여 갖는 것이 타당한지 구하시오. (단, 각 시합에서 이길 확률은 서로 같고 비기는 경우는 없다.) [1994학년도]

풀이

메모

확률변수의 기댓값과 분산

17 확률변수 X가 [표]에 나타난 분포를 따를 때, X의 분산을 최대가 되게 하는 x의 값을 구하시오. [1994학년도]

X	0	3	5	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	y	$\frac{1}{3}$	x	1

● 풀이

18 확률변수 X의 확률질량함수가

$$f(x)=\begin{cases}\left(\dfrac{1}{2}\right)^x, & x=1,\ 2,\ 3,\ \cdots \\ 0, & \text{그 외의 경우}\end{cases}$$

으로 정의될 때, X의 분산을 구하시오. [1995학년도]

메모

풀이

19 확률변수 X의 확률밀도함수가

$$f(x)=\begin{cases} ke^{-3x}, & x \ge 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

일 때, k의 값을 결정하고 X의 기댓값 $\mathrm{E}(X)$를 구하시오.

[1997학년도]

메모

풀이

20 동전 n개를 동시에 던져서 모두 앞면이 나오면 n점을 얻고 그렇지 않으면 0점을 얻는다고 하자. 이 규칙에 따라 동전 n개를 동시에 던지는 시행에서 얻을 수 있는 점수의 기댓값 E_n을 구하고 E_n이 최대가 되는 n을 모두 구하시오. (단, n은 자연수이다.) [2008학년도]

메모

풀이

21 이산형 확률변수 X의 적률생성함수(moment generating function)가 다음과 같다.

$$M_X(t) = \mathrm{E}\left(e^{tX}\right) = \frac{2}{5} + \frac{1}{5}e^{-t} + \frac{2}{5}e^{t} \text{ (단, } t\text{는 실수)}$$

이때, 확률변수 $Y = X^2$의 평균과 분산을 구하시오.

[2010학년도]

메모

풀이

22 두 팀이 줄다리기를 하는데 세 번 먼저 이기는 팀이 우승한다. 각 시합에서 두 팀이 이길 확률은 각각 $\frac{1}{2}$이고, 각 시합은 독립적으로 진행된다고 가정한다. 우승팀이 결정될 때까지의 시합 횟수의 기댓값과 가장 가까운 자연수를 구하시오.

[2009학년도 모의평가]

메모

풀이

23 연속확률변수 X의 확률밀도함수(probability density function) $f(x)$가

$$f(x)=\frac{2}{3}x \ (1<x<2)$$

이다. 확률변수 $Y=\frac{2}{X}$에 대하여 Y의 기댓값 $\mathrm{E}[Y]$의 값을 구하시오. [2013학년도]

메모

풀이

24 점화식

$$a_0 = 1,\ a_n + a_{n-1} = (-1)^n \ (n \geq 1)$$

을 만족하는 수열 $\{a_n\}$의 생성함수(generating function) $g(x)$를 풀이 과정과 함께 쓰시오. 또한 함수

$$f(x) = \begin{cases} g(x), & -\dfrac{1}{3} < x < 1 \\ 0, & \text{그 외의 경우} \end{cases}$$

가 연속확률변수 X의 확률밀도함수일 때, 확률변수 X의 기댓값을 구하시오. [2021학년도]

메모

풀이

여러 가지 확률분포

메모

25 어느 학교의 입학 성적이 정규분포 $\mathrm{N}(65,\ 10^2)$을 따른다고 한다. 수험생 1,600명 중에서 위에서부터 40등 이내에 들어가려면 몇 점 이상을 받아야 하는지 계산하시오. (단, $Z=\dfrac{X-\mu}{\sigma}$라 할 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96)=0.475$이고 점수는 정수로 한다.)

[1990학년도]

풀이

26 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$에서 n이 충분히 크고 p가 충분히 작으면 어떤 분포에 가까워지는지 구하시오. [1992학년도]

메모

풀이

27 정규분포 $\mathrm{N}(\mu,\ \sigma^2)$에 따르는 확률변수 X에 대하여,

$\mathrm{P}(X \leq 5) = \mathrm{P}(X \geq 7)$, $\mathrm{E}(X^2) = 45$일 때, $\dfrac{\mu}{\sigma}$를 구하시오.

[1997학년도]

메모

풀이

28 인구가 10만인 도시에서 시정(市政)에 대한 여론을 조사하였더니 남자 성인의 80%와 여자 성인의 90%가 시정(市政)을 지지하였다. 이 도시에서 남자 성인 400명과 여자 성인 400명을 뽑았을 때, 다음의 확률을 구하시오.

(1) 적어도 700명이 시정(市政)에 대하여, 지지할 확률을 구하시오.

(2) 시정(市政)에 대한 지지자 중 여자가 남자보다 25명 더 많을 확률을 구하시오.

[표준정규분포표]

k	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.5	.4322	.4354	.4357	.4320	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4528	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.2	.4621	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857

[1999학년도 추가]

메모

풀이

29 400명이 모집 정원인 공무원 임용시험에 5,000명이 응시하였다. 응시자 전체의 성적분포는 100점 만점에 평균이 55점, 표준편차가 8점인 정규분포를 이루었다. 이 시험에서 모집정원의 120%를 1차 합격자로 선발하고자 할 때, 1차 합격자의 최저 점수를 구하시오. (단, $P(0 \le Z \le 1.3) = 0.4040$) [2001학년도]

메모

풀이

30 확률변수 X가 구간 $[1, 5]$에서 균등분포(uniform distribution)를 이룰 때, X의 확률밀도함수, 평균, 분산을 각각 구하시오.

[2005학년도]

메모

풀이

31 정육면체 모양의 주사위가 있다. 이 주사위의 두 면에는 3, 나머지 네 면에는 1, 2, 4, 5가 각각 하나씩 적혀 있다. 이 주사위를 288번 던질 때, 짝수 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라 하면 X는 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따른다. 이때, X의 평균 $\mathrm{E}(X)$와 분산 $\mathrm{Var}(X)$를 구하고 짝수 눈이 88번 이상 112번 이하로 나올 확률 $\mathrm{P}(88 \le X \le 112)$를 정규근사시켜 구하시오. (단, $\mathrm{P}(88 \le X \le 112)$를 구하는 과정에서 연속성 수정(continuity correction)은 하지 않는다. 그리고 Z가 표준정규 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1) = 0.3413$, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2) = 0.4772$이다.)

[2006학년도]

메모

풀이

32 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따를 때, X의 평균(기댓값)이 np임을 보이시오. [2007학년도]

메모

풀이

33 1, 2, 3, 4의 숫자가 중복되지 않게 한 개씩 각 면에 새겨져 있는 사각 연필이 있다. 이 사각 연필을 굴렸을 때, 각 면이 나올 확률이 같다고 하자. 이 사각 연필을 80번 굴렸을 때, 윗면에 나온 수의 합이 216 이상일 확률을 x라 할 때, 표준정규분포함수 $\Phi(z)$를 이용하여 x를 가장 가깝게 나타낸 것은?
(단, "표준정규분포함수"는 Z가 표준정규확률변수일 때, 확률 $\Phi(z)=\mathrm{P}(Z \le z)$로 정의된다.)

① $1-\Phi(0.2)$ ② $\Phi(0.2)$ ③ $1-\Phi(0.9)$
④ $\Phi(0.9)$ ⑤ $1-\Phi(1.6)$

[2009학년도]

메모

풀이

34 동전 3개를 동시에 던져서 모두 앞면이 나오는 경우를 성공이라고 하자. 동전 3개를 동시에 던지는 시행을 독립적으로 반복할 때, 5번 성공할 때까지의 시행 횟수를 확률변수 X라 하면 다음 <보기>가 모두 옳은지 확인하시오.

<보기>

① $P(X \leq 4) = 0$

② $\sum_{k=1}^{\infty} P(X=k) = 1$

③ $P(X=13) = {}_{12}C_4 \left(\frac{1}{8}\right)^5 \left(\frac{7}{8}\right)^8$

[2013학년도]

메모

풀이

35 어느 도시의 성인 중 20%가 A통신사를 이용한다고 한다. 이 도시의 성인 400명을 임의로 조사할 때, A통신사를 이용하는 성인이 80명 이상 92명 이하가 될 확률을 이항분포의 정규근사를 이용하여 구하면 $\mathrm{P}(0 \le Z \le k)$이다. k의 값을 구하시오. (단, Z는 표준정규분포를 따르는 확률변수이고 연속성 보정은 하지 않는다.) [2014학년도]

메모

풀이

36 확률변수 X가 구간 $(0, 3)$에서 균등분포(uniform distribution)를 따른다. 확률변수 Y를

$$Y = 2\ln\left(\frac{3}{3-X}\right)$$

이라 할 때, Y의 누적분포함수 (cumulative distribution function) $F_Y(y) = \mathrm{P}(Y \leq y)$를 풀이 과정과 함께 쓰시오. 또한 Y의 확률밀도함수와 $\mathrm{P}(|Y-2| > 2)$의 값을 각각 구하시오. [2020학년도]

메모

풀이

37 확률변수 X_1, X_2, X_3 을 균등분포(uniform distribution) $Uni(0, 1)$ 로부터의 확률표본(random sample)이라 하고, Y를 X_1, X_2, X_3 의 중앙값(median)이라 하자. 이때 Y의 누적분포함수(cumulative distribution function)와 Y의 확률밀도함수 (prbability density function)를 구하시오. [2021학년도]

메모

풀이

두 확률변수의 결합확률분포

메모

38 두 개의 동전을 동시에 6회 던졌다. 두 개 모두 앞면이 나오는 횟수를 X, 적어도 한 개가 뒷면이 나오는 횟수를 Y라 할 때, $(X-Y)^2$의 기댓값을 구하시오. [1992학년도]

• 풀이

메모

39 확률변수 (X, Y)는 $X \geq 0$, $Y \geq 0$이고,

$$f(x, y) = e^{-(x+y)} \ (x \geq 0,\ y \geq 0)$$

을 확률밀도함수로 한다. $Z = X + Y$일 때, 확률 $\Pr(Z \leq 1)$를 구하시오. [1993학년도]

풀이

40 확률변수 X와 Y의 결합밀도함수(joint density function)가

$$f(x,\ y) = 2e^{-(x+2y)}\ \ (x>0,\ y>0)$$

일 때, 확률 $\Pr(X<Y)$을 구하시오. [1994학년도]

메모

풀이

41 동전 2개를 던질 때, 앞면이 나오는 개수를 확률변수 X라 하고 확률변수 Y를

$$Y=\begin{cases} 0, & X=0,\ 2 \\ 1, & X=1 \end{cases}$$

으로 정의할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 다음 표를 완성하시오.

① X의 확률분포

X	$\mathrm{P}(X=x)$
0	
1	
2	
합	1

② Y의 확률분포

Y	$\mathrm{P}(Y=y)$
0	
1	
합	1

③ X와 Y의 결합확률분포

X \ Y	0	1	합
0			
1			
2			
합			1

(2) X와 Y의 공분산 σ_{XY}를 구하시오.

(3) X와 Y의 독립성 여부를 판별하시오.

[2002학년도]

메모

풀이

42 두 확률변수 X와 Y는 독립이고 각각 다음과 같은 확률밀도함수(probability density function)를 동일하게 갖는다.

$$f(t)=\begin{cases} 2t, & 0 \le t \le 1 \\ 0, & \text{그 외의 경우} \end{cases}$$

이때, Y가 X와 X^2의 사이의 값이 될 확률을 구하시오.

[2009학년도]

메모

풀이

43 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수를 X라 하고, 나온 눈의 수와 같은 개수의 동전을 던져 나오는 앞면의 수를 Y라 하자. $X=m$이 주어질 때, Y의 조건부 확률함수(조건부 확률질량함수, conditional probability mass function)를 $f_{Y|X}(n|m)$, Y의 확률함수를 $f_Y(n)$이라고 하자. $f_{Y|X}(n|m)$, $f_Y(0)$을 구하시오.

[2011학년도]

메모

풀이

44 두 이산형 확률변수 X와 Y의 결합확률질량함수(joint probability mass function) $f(x,\ y) = \mathrm{P}(X=x,\ Y=y)$를

$$f(x,\ y) = \frac{3x-y}{12} \quad (x=1,\ 2,\ y=1,\ 2)$$

라 하자. $Y=1$일 때, X의 조건부 기댓값(조건부 평균) $\mathrm{E}(X|Y=1)$의 값을 구하시오. [2012학년도]

메모

풀이

메모

45 두 연속확률변수 X와 Y의 결합확률밀도함수(joint probability density function) $f(x,\ y)$를

$$f(x,\ y)=\begin{cases} \dfrac{1}{5}xy(1-x+y), & 0<x<1,\ 1<y<3 \\ 0, & \text{그 외의 경우} \end{cases}$$

라 하자. Y의 주변확률밀도함수(marginal probability density function) $f_Y(y)$를 구하고, 이를 이용하여 $Y=2$가 주어졌다는 가정하에 X의 조건부확률밀도함수(conditional probability density function) $f_{X|Y}(x|2)$와 X의 조건부기댓값(conditional expectation) $\mathrm{E}[X|Y=2]$를 구하시오. [2014학년도]

풀이

46 두 연속확률변수 X와 Y는 독립이고, X와 Y의 확률밀도함수 (probability density function)를 각각

$$f_X(x) = 2x \ (0 < x < 1), \quad f_Y(y) = 1 \ (0 < y < 1)$$

이라고 하자. $M = \left[\dfrac{X}{Y}\right]$라 할 때, 확률 $\mathrm{P}(M=2)$를 구하시오. (단 $[a]$는 a보다 크지 않은 최대 정수이다.) [2015학년도]

메모

풀이

메모

47 두 연속확률변수 X, Y가 서로 독립이고, 확률밀도함수(probability density function)가 각각

$$f_X(x) = \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}} \ (x>0), \quad f_Y(y) = e^{-y} \ (y>0)$$

이다. 확률변수 $Z = X + 2Y$의 확률밀도함수 $g(z)$를 구하시오.

[2016학년도]

풀이

48 두 연속확률변수 X, Y는 서로 독립이고 각각 구간 $(0,\ 2)$에서 균등분포(uniform distribution)를 따른다. 확률변수 $Z=X+Y$의 확률밀도함수(probability density function) $f_Z(z)$와 평균 $\mathrm{E}[Z]$를 풀이 과정과 함께 쓰시오. [2017학년도]

메모

풀이

메모

49 연속확률변수 X의 확률밀도함수(probability density function) $f_X(x)$가

$$f_X(x)=\frac{2}{9}x-\frac{2}{9}\ (1<x<4)$$

이다. X와 같은 분포를 따르고 서로 독립인 2개의 연속확률변수 X_1, X_2에 대하여 $Y=\min\{X_1,\ X_2\}$일 때, 확률 $\mathrm{P}\left(Y<\frac{5}{2}\right)$를 구하시오. (단, $\min\{a, b\}$는 a와 b 중 크지 않은 수이다.)

[2017학년도]

풀이

50 어느 회사의 입사 시험 지원자들의 필기시험 점수와 면접시험 점수는 각각 정규분포 $\mathrm{N}(82, 6^2)$, $\mathrm{N}(80, 8^2)$을 따르고 서로 독립이라고 한다. 이 회사의 입사 시험 지원자 중에서 임의로 뽑은 한 지원자의 필기시험 점수를 확률변수 X, 면접시험 점수를 확률변수 Y라 하자. 이 지원자의 평균 점수를 $T=\dfrac{X+Y}{2}$라 할 때, 평균 점수가 90점 이상일 확률은 $\mathrm{P}(T \geq 90)=\mathrm{P}(Z \geq k)$이다. 이때, k의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. (단, Z는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.) [2018학년도]

메모

풀이

51 두 이산확률변수 X, Y의 결합확률분포가 다음과 같다.

X \ Y	0	1	2	3
0	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	0	$\frac{1}{5}$
1	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$
2	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	0

조건 $Y=1$이 주어졌을 때, 확률변수 X의 조건부기댓값 $\mathrm{E}[X|Y=1]$을 구하시오. [2018학년도]

메모

풀이

52 두 개의 부품 ㉮와 ㉯로 구성된 시스템이 있다. 이 시스템의 수명은 작동을 시작한 후 두 부품 중 하나가 고장 날 때까지 걸리는 시간이다. 부품 ㉮가 고장 날 때까지 걸린 시간 X와 부품 ㉯가 고장 날 때까지 걸린 시간 Y는 서로 독립이고, 두 확률변수 X, Y의 확률밀도함수는 각각

$$f_X(x) = \frac{1}{5}e^{-\frac{x}{5}} \ (x>0), \quad f_Y(y) = \frac{1}{10}e^{-\frac{y}{10}} \ (y>0)$$

이다. 이 시스템의 수명 Z에 대하여 확률 $\mathrm{P}(Z>10)$을 구하시오. [2019학년도]

메모

풀이

메모

표본평균의 분포

53 X_1, X_2, $\cdots$, X_n이 평균 μ, 분산 σ^2인 동일한 확률분포를 따르고 서로 독립이다. 이때, $\overline{X}=\frac{1}{n}(X_1+X_2+\cdots+X_n)$이라 하면 n이 충분히 클 때, $\overline{X}$는 어떤 정규분포에 따르는지 구하시오.

[1990학년도]

풀이

54 독립적인 확률변수 X_1, X_2, $\cdots$, X_n 각각이 모수(parameter) λ를 갖는 푸아송분포를 이루고

$$S_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$$

일 때, 중심극한정리(central limit theorem)를 이용하여

$$\lim_{n \to \infty} \mathrm{P}\left(\frac{S_n - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}} \le x\right), \quad -\infty < x < \infty$$

의 값을 구하시오. [1996학년도]

메모

풀이

55 확률밀도함수(probability density function)가 두 상수 a, b에 대하여

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ a, & 0\le x<1 \\ be^{-1-x}, & 1\le x<\infty \end{cases}$$

인 분포를 따르는 모집단이 있다. 이 모집단에서 크기가 2인 표본을 임의로 추출하였을 때, 표본평균 $\overline{X}$의 평균이 $\dfrac{3}{2}$이다. a^2+b^2의 값을 구하시오. [2011학년도]

메모

풀이

56 모집단 A는 어떤 지역의 20세 남자들로 이루어져 있다. 모집단 A에 속하는 남자의 키는 평균 175cm, 표준편차 5cm인 정규분포를 따른다고 한다. 모집단 A에서 임의로 뽑은 남자의 키(cm)와 몸무게(kg)를 각각 확률변수 X, Y라 할 때 $Y=\frac{2}{5}X+\alpha$가 성립한다고 하자. 여기서, α는 평균 0, 표준편차 $2\sqrt{3}$인 정규분포를 따르는 확률변수이고, X와 α는 독립이다. 확률 $\mathrm{P}(Y>72)=\mathrm{P}(Z>k)$일 때, k의 값을 구하시오. (단 Z는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.) [2015학년도]

메모

풀이

메모

57 A회사와 B회사에서 생산하는 전기자동차용 배터리의 수명은 각각 정규분포 $\mathrm{N}(2500,\ 80^2)$, $\mathrm{N}(2200,\ 66^2)$을 따른다고 한다. A회사의 제품에서 100개를 임의로 추출한 표본의 평균수명을 $\overline{X}$, B회사의 제품에서 121개를 임의로 추출한 표본의 평균수명을 $\overline{Y}$라 할 때, $\overline{X}-\overline{Y}$의 분산 $\mathrm{Var}(\overline{X}-\overline{Y})$는 a이고, $\mathrm{P}(\overline{X}-\overline{Y}\le 320)=\mathrm{P}(Z\le b)$이다. 상수 a와 b의 값을 각각 구하시오. (단, 배터리 수명의 단위는 10km이고, Z는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.) [2021학년도]

풀이

추정

58 평균 μ, 분산 4인 정규분포에 따르는 모집단에서 크기 n인 임의의 표본을 추출하여 그 표본에서 얻은 평균을 $\overline{X}$라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) $n=100$, $\overline{X}=10$일 때, 신뢰도 95%로 μ의 신뢰구간을 구하시오.

(2) $\left|\overline{X}-\mu\right| \leq \frac{1}{2}$인 확률이 95% 이상이 되게 하려면 n의 크기를 얼마로 하면 되는지 구하시오.

[1998학년도]

풀이

메모

[1998학년도]

메모

59 2003년도 전국학력평가에 응시한 수험생 중에서 자연계 수험생 64명, 인문계 수험생 9명을 임의로 선택하여 수리영역의 점수를 조사하였다. 그 결과 자연계 수험생은 평균이 48점, 표준편차가 5.6점이었고 인문계 수험생은 평균이 42점, 표준편차가 7.5점이었다. 자연계와 인문계에 응시한 수험생 전체의 수리영역 점수가 각각 정규분포를 이룬다고 가정하고 두 집단의 평균 점수를 추정하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 아래의 표준정규분포표를 이용하여 자연계 수험생 전체의 수리영역 평균 점수를 신뢰도 95%의 신뢰구간으로 추정하시오.

[표준정규분포표 ($P(0 \le Z \le z)$)]

z	0.05	0.06
1.6	.4505	.4515
1.7	.4599	.4608
1.8	.4678	.4686
1.9	.4744	.4750

(2) 아래의 t-분포표를 이용하여 인문계 수험생 전체의 수리영역 평균점수를 신뢰도 95%의 신뢰구간으로 추정하시오.

[t-분포표 ($P(t \ge t_0) = \alpha$)]

자유도 \ α	0.05	0.025
7	1.895	2.365
8	1.860	2.306
9	1.833	2.262
10	1.812	2.228

[2004학년도]

풀이

60 어떤 TV 프로그램의 시청률을 조사하기 위하여 임의표본으로 n가구를 선택하려고 한다. 과거의 경험으로 볼 때 이와 비슷한 프로그램의 시청률은 20%를 넘지 않는다는 것을 알고 있다. 95% 신뢰도로 표본조사에서 얻은 표본비율과 실제 시청률의 차이가 5% 이하가 되도록 하는 최소 표본크기 n이 속하는 구간을 구하시오. (단, $33^2 = 1089$이고, 39.2^2은 1537로 계산한다. 또 $\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ 일 때 $\Phi(1.65) = 0.95$, $\Phi(1.96) = 0.975$이다.) [2009학년도 모의평가]

메모

풀이

61 정규분포 $\mathrm{N}(\mu_1, 36)$과 $\mathrm{N}(\mu_2, 64)$를 각각 따르는 두 모집단 X, Y가 서로 독립이라 하자. 모집단 X에서 추출된 크기가 n인 확률표본의 표본평균을 $\overline{X}$, 모집단 Y에서 추출된 크기가 n인 확률표본의 표본평균을 $\overline{Y}$라 하자. 모집단의 차 $\mu_1 - \mu_2$에 대한 95% 신뢰구간의 길이가 4.9일 때, n의 값을 구하시오. (단, $Z \sim \mathrm{N}(0,\ 1)$일 때, $\mathrm{P}(|Z| \leq 1.96)$이다.) [2012학년도]

메모

풀이

메모

62 어느 지역의 성인 300명을 대상으로 조사한 결과, 영양제를 주 2회 이상 복용하는 사람이 180명이었다. 이 지역의 성인 중 영양제를 주 2회 이상 복용하는 사람의 비율에 대한 99% 신뢰구간을 구하시오. (단, $\sqrt{2}$는 1.41로 계산하고, $Z \sim \mathrm{N}(0, 1)$일 때 $\mathrm{P}(|Z| \le 2.58) = 0.99$이다. 소수점 아래 다섯째 자리에서 반올림한다.) [2013학년도]

풀이

63 어느 지역 고등학생들의 몸무게(kg)는 정규분포 $\mathrm{N}(\mu, 9^2)$을 따른다고 한다. 이 지역의 고등학생 중에서 임의로 추출한 36명의 몸무게에 대한 표본평균을 $\overline{X}$라 하자.

$$\mathrm{P}(|\overline{X} - \mu| > c) = 0.1$$

을 만족시키는 상수 c의 값을 구하시오. 또한 36명의 표본으로부터 관측된 표본평균의 값이 60일 때, 모평균 μ에 대한 90% 신뢰구간(confidence interval)을 구하시오. (단, 표준정규 분포를 따르는 확률변수 Z에 대하여 $\mathrm{P}(Z < 1.64) = 0.95$이고, 모평균에 대한 신뢰구간은 양면신뢰구간(two-sided confidence interval)을 의미한다.) [2019학년도]

메모

풀이

메모

검정

64 정규분포를 따르고 분산이 16인 모집단에서 크기가 64인 표본을 임의 추출하여 조사한 결과 표본평균이 6.085이었다. 이때,

가설: 「모평균은 5이다.」

를 기각하기 위한 최소의 유의수준을 구하시오.

[표준정규분포표]

z	1.88	1.96	2.17	2.24	2.58
$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$	0.4700	0.4750	0.4850	0.4875	0.4950

[1993학년도]

풀이

65 과거 조사에 의하면 어느 지역의 초등학교 5학년 학생들의 신장은 평균 141.0cm이었다. 줄넘기 운동이 또래 아이들의 신장 발육에 도움이 되는지를 알아보고자 체육 활동에서 이 운동을 적극 권장하여 실시하여 왔다. 이 운동을 꾸준하게 실시한 또래 아이들 중 임의로 추출한 81명의 신장을 조사한 결과 평균 142.2cm, 표준편차 6.0cm이었다. 줄넘기 운동이 아이들의 신장 발육에 도움이 된다고 할 수 있는지를 유의수준 $\alpha = 0.05$로 다음 단계와 같이 검정할 때, (가), (나), (다)에 알맞은 문장을 완성하시오. (단, 이 지역 아이들의 과거와 현재의 생활 환경과 영양 섭취 등은 같고 아이들의 신장은 정규분포를 따른다고 가정한다.) [2010학년도]

1단계 가설검정: 귀무가설 H_0에 대한 대립가설 H_1 : $\boxed{\quad (가) \quad}$

2단계 검정통계량과 분포: 표본의 크기가 $n = 81$로 충분히 크므로 귀무가설 H_0가 참이라는 가정하에서 검정통계량 $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$ 는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$에 근사한다.
(단, $\overline{X}$는 표본평균, μ는 모평균, S는 표본표준편차이다.)

3단계 유의수준: $\alpha = 0.05$에 대한 기각역은 $\boxed{\quad (나) \quad}$

4단계 검정통계량의 관측값을 구한다.

5단계 결론: 검정통계량의 관측값을 기각역과 비교한 결과 줄넘기 운동이 신장 발육에 $\boxed{\quad (다) \quad}$

※ 참고: $Z \sim \mathrm{N}(0,\ 1)$일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.645) = 0.90$, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96) = 0.95$이다.

메모

풀이